BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№2 Fiziка-riyaziyyat elmləri seriyası 2006

ФУНКЦИЯ ГРИНА ГЛЮОНА В МОДИФИЦИРОВАННОЙ АКСИАЛЬНОЙ КАЛИБРОВКЕ

Л.А.АЛИЕВА, С.М.АХМЕДОВА

Бакинский Государственный Университет

В данной статье вычисляется функция Грина в обобщенно аксиальной калибровке. $t_\mu = n_\mu + i\varepsilon \frac{k_\mu - (nk)n_\mu}{k^2}$ *- является обобщено аксиальной калибровкой. Вычисление функции Грина в предлагаемой калибровке не основано на теории возмущений. Схема вычислений приводит к алгебраической системе уравнений, и решение этого уравнения дает вычислить функцию Грина в данной калибровке.*

В этой работе наряду с калибровочным условием $n_\mu A_\mu = 0$ мы вводим другую аксиальную калибровку $\left(\frac{i\varepsilon(k_\mu - (nk)n_\mu)}{k^2}\right)A_\mu = 0$ и рассматриваем калибровку $\left(n_\mu + i\varepsilon \frac{k_\mu - (nk)n_\mu}{k^2}\right)A_\mu = 0$, которую называем модифицированной аксиальной калибровкой.

Как известно, для вычисления функции Грина имеется несколько методов в квантовой теории поля.

В этой работе предлагается новый метод расчета квантово-полевых функций, в частности функции Грина в калибровочной теории Янга-Миллса не основана на теории возмущений.

Калибровочное условие мы представим в виде $t_\mu A_\mu = 0$, где t_μ некий интегро-дифференциальный оператор.

Используя Лагранжиан Янг-Миллсовского поля, мы определяем аксиальную калибровку как $t_\mu = t_\mu^*(-k)$, а уравнение движения для функции Грина имеет следующий вид:

$$\left[\delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} - \frac{1}{\alpha}\frac{t_\mu(k)t_\nu^*(-k)}{k^2} f(\Box)\right]G_{\nu s} = -\frac{\delta_{\mu s}}{k^2}\,.$$

Для определения функции Грина глюона, выбирая, $f(\Box)=\Box\Rightarrow -k^2$ и, подставляя значение t_μ, напишем уравнение движения свободного глюона в импульсном пространстве в следующем виде:

$$\left[\delta_{\mu\nu}-\frac{k_\mu k_\nu}{k^2}+\frac{1}{\alpha}\left(n_\mu+i\varepsilon\frac{k_\mu-(nk)n_\mu}{k^2}\right)\left(n_\nu+i\varepsilon\frac{k_\nu-(nk)n_\nu}{k^2}\right)\right]G_{\nu s}=-\frac{\delta_{\mu s}}{k^2} \qquad (1)$$

Уравнение (1) позволяет написать тензорную структуру функции Грина глюона в следующем виде:

$$G_{\nu s}(k)=\beta_1\delta_{\nu s}+\beta_2 k_\nu k_s+\beta_3 n_s n_\nu+\beta_4\left(n_\nu k_s+n_s k_\nu\right)$$

Это представление умножается на $k_\nu k_s$, $\delta_{\mu s}$, $n_\nu n_s$ и $n_\nu k_s$, и это приводит нас к следующей системе алгебраических уравнений:

$$\begin{cases}\delta_{\nu s}G_{\nu s}=4\beta_1+k^2\beta_2+\beta_3+2\beta_4(nk)\\ k_\nu k_s G_{\nu s}=k^2\beta_1+k^4\beta_2+\beta_3(nk)^2+2\beta_4 k^2(nk)\\ n_\nu n_s G_{\nu s}=\beta_1+(nk)^2\beta_2+\beta_3+2\beta_4(nk)\\ k_\nu n_s G_{\nu s}=\beta_1(nk)+\beta_2 k^2(nk)+\beta_3(nk)+\beta_4\left(k^2+(nk)^2\right)\end{cases} \qquad (2)$$

Для определения левой части этой системы поступим следующим образом: Сперва умножаем уравнение (1) на k_μ:

$$\left[\left((nk)+i\varepsilon\left(1-\frac{(nk)^2}{k^2}\right)\right)\left(n_\nu+i\varepsilon\frac{k_\nu-(nk)n_\nu}{k^2}\right)\right]G_{\nu s}=-\frac{\alpha k_s}{k^2}$$

$$\left(n_\nu+i\varepsilon\frac{k_\nu-(nk)n_\nu}{k^2}\right)G_{\nu s}=-\frac{\alpha k_s}{(nk)\cdot k^2\cdot A},$$

где

$$A=\left(1+\frac{i\varepsilon}{(nk)}\left(1-\frac{(nk)^2}{k^2}\right)\right)$$

далее (1) умножается на n_μ:

$$\left(n_\nu - \frac{(nk)k_\nu}{k^2}\right)G_{\nu s} = -\frac{n_s}{k^2} + \frac{k_s}{k^2 \cdot A \cdot (nk)}$$

Таким образом, мы получим два функциональных уравнения с переменными $n_\nu G_{\nu s}$, и $k_\nu G_{\nu s}$; совместное решение этих уравнений позволяет определить $n_\nu G_{\nu s}$ и $k_\nu G_{\nu s}$:

$$\begin{cases} \left(n_\nu - \dfrac{(nk)k_\nu}{k^2}\right)G_{\nu s} = -\dfrac{n_s}{k^2} + \dfrac{k_s}{k^2 \cdot A \cdot (nk)} \\ \left(n_\nu + i\varepsilon \dfrac{k_\nu - (nk)n_\nu}{k^2}\right)G_{\nu s} = -\dfrac{\alpha k_s}{k^2 \cdot A \cdot (nk)} \end{cases}.$$

Эта система имеет следующее решение:

$$n_\nu n_s G_{\nu s} = \frac{1}{k^2 A^2}\left(-\alpha + \frac{\varepsilon^2}{(nk)^2}\left(1 - \frac{(nk)^2}{k^2}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{k^2 \cdot A^2}\left(-\alpha - \frac{\varepsilon^2}{k^2} + \frac{\varepsilon^2}{(nk)^2}\right);$$

$$n_\nu k_s G_{\nu s} = -\frac{1}{(nk) \cdot A^2}\left[-\alpha + \frac{i\varepsilon}{(nk)}\left(1 - \frac{(nk)^2}{k^2}\right) + \frac{\varepsilon^2}{k^2}\left(1 - \frac{(nk)^2}{k^2}\right)^2\right]$$

$$k_\nu k_s G_{\nu s} = 1 - \frac{k^2}{(nk)^2 \cdot A^2}\left[1 + \alpha - \frac{\varepsilon^2}{k^2}\left(1 - \frac{(nk)^2}{k^2}\right)\right].$$

Теперь определим $\delta_{\nu s} G_{\nu s}$; для этого уравнения (1) умножаем на $\delta_{\mu s}$ и, учитывая эти соотношения, получим:

$$\delta_{\nu s} G_{\nu s} = -\frac{2}{k^2} - \frac{1}{(nk)^2 \cdot A^2}\left[1 + \alpha - \frac{\varepsilon^2}{k^2}\left(1 - \frac{(nk)^2}{k^2}\right)\right].$$

Таким образом, система (2) приобретает следующий вид:

$$\begin{cases} 4\beta_1 + k^2\beta_2 + \beta_3 + 2\beta_4(nk) = -\dfrac{2}{k^2} - \dfrac{1}{(nk)^2 \cdot A^2}\left[1 + \alpha - \dfrac{\varepsilon^2}{k^2}\left(1 - \dfrac{(nk)^2}{k^2}\right)\right] \\ k^2\beta_1 + k^4\beta_2 + \beta_3(nk)^2 + 2\beta_4 k^2(nk) = 1 - \dfrac{k^2}{(nk)^2 \cdot A}\left[1 + \alpha - \dfrac{\varepsilon^2}{k^2}\left(1 - \dfrac{(nk)^2}{k^2}\right)\right] \\ \beta_1 + (nk)^2\beta_2 + \beta_3 + 2\beta_4(nk) = \dfrac{1}{k^2 \cdot A^2}\left[-\alpha + \dfrac{\varepsilon^2}{(nk)^2}\left(1 - \dfrac{(nk)^2}{k^2}\right)\right] \\ \beta_1(nk) + \beta_2 k^2(nk) + \beta_3(nk) + \beta_4\left(k^2 + (nk)^2\right) = \\ = \dfrac{1}{(nk)\cdot A^2}\left[-\alpha + \dfrac{i\varepsilon}{(nk)}\left(1 - \dfrac{(nk)^2}{k^2}\right) + \dfrac{\varepsilon^2}{k^2}\left(1 - \dfrac{(nk)^2}{k^2}\right)\right]. \end{cases} \tag{3}$$

Анализ системы (3) показывает, что она не имеет единственного решения, связанного с комбинацией действительного уравнения с комплексным уравнением. По этому мы вводим граничное условие, заключающее в том, что при $\varepsilon \to 0$ мы должны получить решение для калибровки $n_\mu A_\mu = 0$. Для решения системы (3) с учетом граничного условия мы комбинируем первое уравнение со вторым (комплексное уравнение), второе с третьим (действительное и комплексное) и третье с четвертым (действительное с комплексным).

Эта процедура приводит к следующей системе:

$$\begin{cases} 3k^2\beta_1 + (k^2 - (nk)^2)\beta_3 = -3 \\ \beta_1 - (nk)^2\beta_2 + \beta_3 = \dfrac{1}{(nk)^2 \cdot A^2}\left(\alpha + \dfrac{\varepsilon^2}{(nk)^2}\left(1 - \dfrac{(nk)^2}{k^2}\right) - \dfrac{2i\varepsilon}{(nk)}\right) \\ k^2\beta_2 - \beta_3 = -\dfrac{1}{(nk)^2 \cdot A^2}\left(1 + \alpha + \dfrac{\varepsilon^2}{k^2}\left(1 - \dfrac{(nk)^2}{k^2}\right) - \dfrac{2i\varepsilon}{(nk)}\right). \end{cases}$$

Решая эту систему относительно β_1, β_2 и β_3 получим следующие значения:

$$\beta_1 = -\frac{1}{k^2}; \qquad \beta_2 = -\frac{1}{k^2 \cdot A^2 \cdot (nk)^2}\left(1 + \alpha + \frac{\varepsilon^2}{k^2}\left(1 - \frac{(nk)^2}{k^2}\right) - \frac{2i\varepsilon}{(nk)}\right).$$

$\beta_3 = 0$

а, β_4 - определяется из системы (2), которое имеет следующее значение:

$$\beta_4 = -\frac{1}{(nk)^2 \cdot k^2 \cdot A^2}.$$

Таким образом, для функции Грина в рассматриваемой калибровке получаем следующее:

$$G_{vs} = -\frac{1}{k^2}\left\{\delta_{vs} + \frac{k_v k_s}{(nk)^2 \cdot A^2}\left(1 + \alpha + \frac{\varepsilon^2}{k^2}\left(1 - \frac{(nk)^2}{k^2}\right) - \frac{2i\varepsilon}{(nk)}\right)\right.$$

$$\left. + \frac{1}{(nk)\cdot A^2}\left(n_v k_s - n_s k_v\right)\right\}. \qquad (4)$$

Формула (4) впервые получена нами для функции Грина в модифицированной аксиальной калибровке. Она не поперечная и имеет движущийся полюс в точке $i\varepsilon = \dfrac{(nk)}{1 - \dfrac{(nk)^2}{k^2}}$. В зависимости от значения $\dfrac{(nk)^2}{k^2}$ данный полюс смещается вправо. При $\dfrac{(nk)^2}{k^2} \to 0$ полюс оказывается в точке $i\varepsilon = (nk)$, а при $\dfrac{(nk)^2}{k^2} \to 1$ полюс удаляется в бесконечность; при $\dfrac{(nk)^2}{k^2} \to \infty$ полюс исчезает.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. М-1969.
2. Славнов А.А., Фаддеев Л.Д.Введение в квантовую теорию калибровочных полей. «Наука», М.-1978.
3. Ченг Т.П., Ли Л.Ф. Калибровочные теории в физике элементарных частиц. М-1987

4. Бохнер С. Лекции об интегралах Фурье. М.-1962.
5. Хаммермаш Т. Теория групп и ее применение к физическим проблемам, М-1966.
6. Гаджиев С.А., Мамедов А.Н., Гаджиева Л.С. Функция Грина и вершинная функция глюона в однозначных калибровках. Краткие сообщения ОИЯИ №1[87]98, стр.31-38
7. Гаджиев С.А., Алиева Л.А. Функция Грина в аксиальной калибровке. XXVIII Межд.Совещание по фунд. пробл. физики высок. энер.и теор. поля, Протвино, 2005,Россия.
8. Гаджиев С.А., Алиева Л.А. Функция Грина в калибровке $n_\mu \dot{A}_\mu = 0$ и $\partial_\mu \dot{A}_\mu = 0$. ИВУЗ, Физика №9, (2003), с.44-48.

ÜMUMİLƏŞMİŞ AKSİAL KALİBROVKADA QLÜONUN QRİN FUNKSİYASI

L.A.ƏLİYEVA, S.M.ƏHMƏDOVA

XÜLASƏ

Məqalədə Qrin funksiyası ümumiləşmiş aksial kalibrovkada hesablanır. Ümumiləşmiş kalibrovka olaraq $t_\mu = n_\mu + i\varepsilon \dfrac{k_\mu - (nk)n_\mu}{k^2}$ götürülür. Bu kalibrovkada hesablanan Qrin funksiyası həyəcanlanma nəzəriyyəsinə əsaslanmır. Hesablama sxemi adi cəbri tənliklərinə gətirilir və tənliklərin həlli Qrin funksiyasını təyin etməyə imkan verir.

GREEN'S FUNCTION IN MODIFIED TO AXIAL CALIBRATION

L.A.ALIYEVA, S.M.AKHMADOVA

SUMMARY

In given article Green's function in the modified axial gauge is calculated. Gauge the condition is represented as $t_\mu = n_\mu + i\varepsilon \dfrac{k_\mu - (nk)n_\mu}{k^2}$. Green's function evaluation in this gauge is not based on the theory of indignations. The circuit of calculation results in simple algebraic system of the equations and this equation allows calculating Green's function in this gauge.